

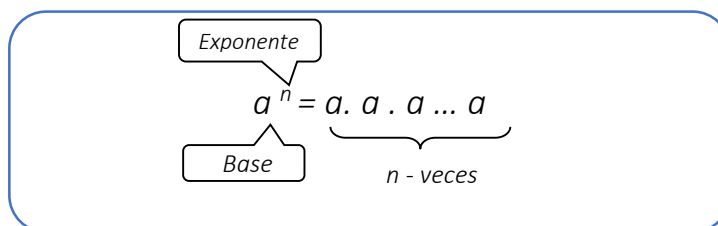


Alumno/a: ..... 1°: .....

## POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN DE NÚMEROS NATURALES Y RACIONALES POSITIVOS

### Potenciación de números naturales y racionales positivos:

Una potencia es un producto de varios factores iguales:



Ejemplo:  $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$  (tres multiplicado **por sí mismo** cuatro veces)

Con números racionales:  $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$  o bien  $(0,2)^3 = 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,008$

1) Escribir como potencia y calcular los siguientes productos:

a)  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$

b)  $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 =$

c)  $5 \cdot 5 =$

d)  $0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 =$

e)  $\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} =$

f)  $1,5 \cdot 1,5 \cdot 1,5 \cdot 1,5 =$

2) Completar el siguiente cuadro con los cuadrados y cubos de los 20 primeros números naturales:

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$a^2$																				
$a^3$																				

3) Resuelve las siguientes potencias

a)  $(5)^2 =$

b)  $4^6 =$

c)  $15^0 =$

d)  $\left(\frac{3}{2}\right)^2 =$

e)  $\left(\frac{1}{4}\right)^4 =$

f)  $(3)^1 =$

h)  $(3,5)^3 =$

i)  $(0,06)^2 =$

j)  $(1,3)^4 =$

❖ **PROPIEDADES DE LA POTENCIACIÓN:**

1) *Todo número elevado a la potencia 1 da como resultado el mismo número*

$$\text{Ejemplo: } 5^1 = 5$$

*Agregá un ejemplo con números racionales: .....*

2) *Todo número elevado a la potencia 0 da como resultado 1*

$$\text{Ejemplo: } 3^0 = 1$$

*Agregá un ejemplo con números racionales: .....*

3) **POTENCIAS DE IGUAL BASE:**

a) *Cuando se tiene la misma base y la operación que las vincula es la multiplicación, los exponentes se suman*

$$\text{Ejemplo: } 3^2 \cdot 3^4 = 3^{2+4} = 3^6$$

*Agregá un ejemplo con números racionales: .....*

b) *Cuando se tiene la misma base y la operación que las vincula es la división, los exponentes se restan*

$$\text{Ejemplo: } 5^6 : 5^4 = 5^{6-4} = 5^2$$

*Agregá un ejemplo con números racionales: .....*

4) **POTENCIA DE POTENCIA:**

*Cuando se tiene un número elevado a una potencia y este a su vez elevado a otra potencia, estas se multiplican*

$$\text{Ejemplo: } (2^3)^4 = 2^{12}$$

*Agregá un ejemplo con números racionales: .....*

5) *La potencia es distributiva con respecto al producto y al cociente:*

$$\text{Ejemplo: } (2 \cdot 4)^3 = 2^3 \cdot 4^3$$

$$\text{Ejemplo: } (6 : 3)^2 = 6^2 : 3^2$$

$$\text{Ejemplo: } \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$$

**ATENCIÓN: LA POTENCIA NO PUEDE DISTRIBUIRSE EN SUMA Y RESTA**

$$\text{Ejemplo: } (7 + 3)^2 \neq 7^2 + 3^2$$

$$\text{Ejemplo: } (5 - 4)^2 \neq 5^2 + 4^2$$

4) Resuelve los siguientes cálculos aplicando las propiedades de la potenciación, cuando sea posible

a)  $(4)^5 : (4)^3 =$

b)  $5^4 \cdot 5^2 \cdot 5 \cdot 5^0 =$

c)  $[(3)^2]^4 : (3)^5 =$

d)  $6^3 \cdot 6^2 \cdot 6^7 : (6^3)^4 =$

e)  $\frac{(4^2 \cdot 4^5 \cdot 4^3)^2}{4^4 \cdot 4^2}$

f)  $(2 \cdot 3)^3 \cdot 2^4 \cdot 3^2 : 2^5 =$

g)  $(5^4)^2 : (5^2)^3 =$

h)  $(2^7 : 2^5)^3 =$

i)  $(1,3)^2 \cdot (1,3)^5 : (1,3)^7 =$

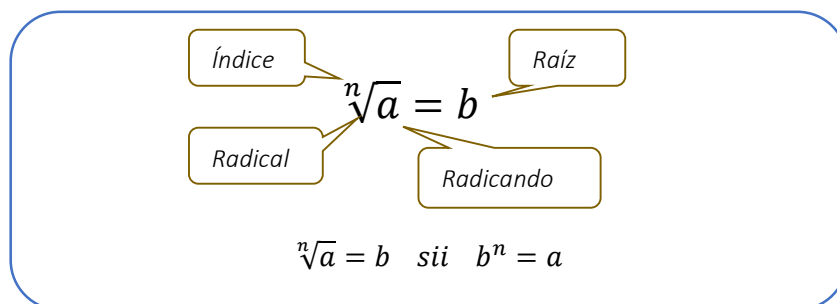
j)  $\frac{\left[\left(\frac{5}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^3 : \left(\frac{5}{4}\right)\right]^3}{\left(\frac{5}{4}\right)^5 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^2} =$

k)  $\frac{(0,2)^5 \cdot (0,2)^3}{(0,2)^4} =$

l)  $\frac{\left[\left(\frac{1}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 : \left(\frac{1}{5}\right)\right]^4}{\left(\frac{1}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3} =$

### ❖ Radicación de números naturales y racionales positivos:

Se define la radicación como:



Cuando el índice de una raíz es 2, no se escribe,  $\sqrt{a}$  significa raíz cuadrada de  $a$   
Ejemplos:

$$\sqrt{25} = 5 \text{ porque } 5^2 = 25$$

$$\sqrt[3]{64} = 4 \text{ porque } 4^3 = 64$$

$$\sqrt{\frac{36}{25}} = \frac{6}{5} \text{ porque } \left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{36}{25}$$

$$\sqrt[3]{0,008} = 0,2 \text{ porque } (0,2)^3 = 0,008$$

### PROPIEDADES DE LA RADICACIÓN:

1) La raíz con cualquier índice del valor 1 es siempre 1

$${}^n\sqrt{1} = 1$$

$$\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2$$

- 2) La raíz de un producto o de un cociente puede distribuirse. No puede distribuirse ni agruparse en suma y resta

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \quad \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2$$

Por ejemplo:

Si tenemos la operación  $\sqrt[3]{8 \cdot 64}$  resulta más fácil distribuir la raíz y calcular por separado  $\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{64} = 2 \cdot 4 = 8$

Sin embargo, en algunos casos conviene agrupar la raíz, para facilitar los cálculos

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 8} = \sqrt{16} = 4$$

*Para aplicar esta propiedad las raíces deben tener el mismo índice. Si no lo tienen, habrá que buscar común índice*

En el caso del cociente resulta similar la aplicación:

$$\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{32}{2}} = \sqrt{16} = 4 \quad (\text{también puede distribuirse de ser necesario})$$

**ATENCIÓN: ESTA PROPIEDAD NO PUEDE APLICARSE EN SUMA O RESTA**

$$\sqrt{9 + 16} \neq \sqrt{9} + \sqrt{16}$$

En este caso, primero se resuelve la suma y luego se calcula la raíz

$$\sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

- 3) **RAÍZ DE RAÍZ:** cuando se tiene una raíz de raíz, los índices pueden multiplicarse

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a} \quad \forall n, m \in \mathbb{N} \quad n, m \geq 2$$

$$\text{ejemplo: } \sqrt[3]{\sqrt[2]{64}} = \sqrt[3 \cdot 2]{64} = \sqrt[6]{64} = 2$$

- 4) **TRANSFORMACIÓN DE RAÍZ EN POTENCIA FRACCIONARIA:**  
Cualquier raíz puede transformarse en potencia fraccionaria

$$\sqrt[3]{2^6} = 2^{6/3} = 2^2 = 4$$

- 5) Resuelve cada una de las siguientes raíces:

$$\sqrt{81} = \dots \quad \sqrt[3]{64} = \dots \quad \sqrt{25} = \dots \quad \sqrt[7]{128} = \dots$$

$$\sqrt[4]{10000} = \dots \quad \sqrt[3]{8} = \dots \quad \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \dots \quad \sqrt{\frac{25}{16}} = \dots$$

$$\sqrt{\frac{49}{25}} = \dots \quad \sqrt{\frac{121}{144}} = \dots \quad \sqrt{\frac{1}{100}} = \dots \quad \sqrt[4]{\frac{16}{81}} = \dots$$

$$\begin{array}{llll} \sqrt[3]{\frac{64}{125}} = \dots\dots\dots & \sqrt[3]{\frac{1}{1000}} = \dots\dots\dots & \sqrt{\frac{16}{25}} = \dots\dots\dots & \sqrt[2]{\frac{16}{81}} = \dots\dots\dots \\ \sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \dots\dots\dots & \sqrt[4]{\frac{81}{256}} = \dots\dots\dots & \sqrt[3]{\frac{125}{1000}} = \dots\dots\dots & \end{array}$$

6) Resuelve aplicando previamente las propiedades de la radicación

$$\begin{array}{ll} a) \sqrt{\sqrt{256}} = & b) \sqrt[4]{625 \cdot 81} = \\ c) \sqrt[3]{\sqrt{64}} = & d) \sqrt{100:4} = \\ e) \sqrt{4 \cdot 25} = & f) \sqrt[3]{64:8} = \\ g) \sqrt[3]{27 \cdot 1000} = & h) \sqrt[3]{1000:125} = \\ i) \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = & j) \sqrt{18} : \sqrt{2} = \\ k) \sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = & l) \sqrt{75} : \sqrt{3} = \\ m) \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{200} = & n) \sqrt[4]{80} : \sqrt[4]{5} = \\ o) \sqrt{\frac{81}{49} \cdot \frac{9}{25}} = & p) \sqrt[3]{\frac{512}{100} : \left(\frac{64}{343}\right)} = \\ q) \sqrt{\frac{100}{36} : \frac{9}{16}} = & r) \sqrt[3]{\frac{125}{27} : \frac{8}{27}} = \\ s) \sqrt{\frac{144}{49} \cdot \frac{36}{121}} = & t) \sqrt{\frac{1}{7}} \cdot \sqrt{\frac{1}{7}} = \\ u) \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{18}} = & v) \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\frac{2}{243}} = \end{array}$$

7) Resuelve las siguientes operaciones combinadas:

$$\begin{array}{l} a) 3 \cdot 2^3 - \sqrt{9+5 \cdot 8} + (4^2 + 4) : \sqrt{100} - 7^{23} : 7^{22} = \\ b) \sqrt[3]{10^2 : 4 + 2} + (21 : 7 + 4^0)^3 : 8 - 2 \cdot 2^4 : (2 + 2 \cdot 3) = \\ c) \sqrt[3]{2 \cdot 5^3 - 17 \cdot 2} + (8^2 - 4) : \sqrt{225} - 10^3 : 5^3 = \\ d) (2^4 : 8 + \sqrt{289} + 1) : 5 + \sqrt{225} : 3 - \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \\ e) 6^3 : 24 + \sqrt[5]{7 \cdot 8 - 8 \cdot 3} - 5^0 + (6 + 5 \cdot 2) : 2^3 = \\ f) (150 - 5^3) \cdot 6 : 5 - 63 : 7 + \sqrt{(45 : 5 + 1)^2 + 3 \cdot 23} = \\ g) 3^{25} : 3^{24} + (6^2 - 4) : \sqrt{64} + \sqrt{225 \cdot 81} = \\ h) (0,4)^3 : (0,4) + \sqrt{2} \cdot \sqrt{32} + \sqrt[5]{2 + 15 \cdot 2} : \left(\frac{1}{2}\right)^4 : \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \\ i) \left(\left(\frac{12}{5} - \frac{3}{10}\right) : \frac{7}{5}\right)^3 + \frac{3}{4} = \\ j) \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right)^2 : \frac{1}{27} + \sqrt{\frac{1}{20} + \frac{11}{100}} = \\ k) \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^6 : \left(\frac{2}{3}\right)^4 + \sqrt{\frac{1}{25} \cdot \frac{36}{100}} + \left(\frac{5}{36}\right)^0 = \\ l) ((1,5)^3 : (1,5))^2 - \sqrt[5]{\frac{1}{32}} + \sqrt[3]{\frac{125}{64}} - \left(\frac{4}{15} : \frac{8}{5} + \frac{1}{3}\right)^3 = \end{array}$$